

H. Völz: Spiele FU 30.1.01

Arten des Spielens

- **Verwandtes:** den Beleidigten spielen, verspielt, spielend leicht; spielerisch, mit etwas spielen; Beispiel, Falschspiel, Fratzenspiel, Gespiele, Lagerspiel, Liebesspiel, Nachspiel, Naturspiel, Spiel als Kunstwerk (Theater, Oper, Musik), Spielfilm, Spielmann, Spielraum, Spielsachen, Spielsucht, Ventilspiel, Vorspiel, Widerspiel, Windspiel.
- **Spiele an sich,** weil es Spaß macht, spannend ist, die Zeit vertreibt, geistig/körperlich übt/trainiert/bildet, Kinderspiele (Brummkreisel, Hopse usw.), auch Tiere spielen so!
- **Einpersonenspiele:** Patience; Soletüde, Rubriks Würfel, Türme von Hanoi, Tangram usw. Auch Lotto, Toto, Spielkasino usw. sind hier z. T. einzuordnen. Die Grenzen zu Aufgaben (wie mathematische und Kreuzworträtsel), Knocheleien, Quiz, Scherzfragen, Geschicklichkeitsspiele usw. sind fließend.
- **Gegnerische Spiele,** meist Zweipersonenspiele, wie Mühle, Dame, Schach, Go, Nimm, Knobeln, auch „Mensch ärgere dich nicht“, vielfach Nullsummenspiele (einer gewinnt soviel, wie der andere verliert). Auch mehrere Gegner und als Gruppen sind möglich. Der Kern des Spiel ist meist ein *Konflikt*.
- **Kooperative Spiele:** reine Form selten: Kartenhaus bauen, einige Patienen, am japanischen Kaiserhof Fußball so, daß er nicht die Erde berührt.
- **Kooperativ-gegnerische Spiele:** Fuß- und Handball, Skat (feindliche Gruppen, Mannschaften).
- **Spiele gegen die Zeit:** kritischer Weg, Zielverfolgung, Duelle, Acker gegen Friedhof.

Formale Beschreibungen der Spiele

- **Spielregeln,** als einzuhaltende Voraussetzung.
- **Gewinnmatrix** \Rightarrow u. a. Minimax-Betrachtung, s. u.
- **Graph** des Spiels. Er ist oft viel zu komplex, läßt sich nur z.T. reduzieren.
- **Optimierungsschema** bei mehreren Zielen.
- **Strategie** existiert als Algorithmus nicht immer oder ist noch nicht bekannt, da zu komplex; dann z. B. Heuristiken oder Ersatzregelungen, beim Schach brute force.
Hilfsmittel hierzu u.a.:
- **statistische Stabilität,** bei zufälligen Zügen.
- **Minimax-Theorie,** nur bei sattelförmiger Gewinnmatrix.
- **Spieldilemma,** z. B. Wettrüsten oder Gefangenen-dilemma.

Wichtige Anwendungen der Theorie der Spiele

- Versicherungen (Abwägung des Risikos).
- Wetten, Glücksspiele (Hoffnung auf Gewinn, Gefahr der Spielsucht).
- Ökonomie, Management (Marktwirtschaft, Konkurrenz, Gewinnmaximierung).
- militärische und ähnliche Operationen (Macht- bzw. strategische Spiele).
- Sport (Bestleistungen, Grenzerfahrungen).
- Kultur, Soziologie, Zivilisation, Kunst (Bequemlichkeit, Erbauung, Genuß).
- Evolution (Fortschritt, Artenentstehung, Möglichkeiten).
- Computerspiele (Simulation, Erkenntnis, Unterhaltung, Zeitvertrieb).

Typische Eigenschaften von Spielen im engeren Sinn (Spieltheorie)

- Ein Spiel besteht meist aus **Zügen**, *persönlichen* und *zufälligen*. Bei vorwiegendem Zufall wird auch von Hasard- oder Glücksspielen gesprochen. Es gibt Spiele, die
 - nur *einem* Zug haben (ein Münzwurf),
 - nach *endlich vielen* Zügen enden und dann Gewinn, Remis oder Verlust erreichen,
 - *unendlich* fortzusetzen sind (zuweilen ist auch nur ständig wiederholbar gemeint).Bei mehreren Zügen wird die jeweilige *Spielsituation* auch als *Stellung* bezeichnet.
- Die **Gesamtheit der Regeln** bestimmt ein Spiel. Sie legen die zulässigen Handlungen (Züge) fest. Wer gegen die Regeln verstößt ist ein Spielverderber! (Beachte auch die Anstandsregeln, Umgang mit anderen Menschen!).
- Das **Ziel** eines Spieles ist meist der **Sieg** bzw. Gewinn oder Erfolg (*Lösung* des Spiels), der zuweilen auch nur ideeller Natur sein kann (etwas Vorgegebenes erreichen). Der Ausgang des Spiels wird dann oft mit *Glück* bzw. *Pech* bezeichnet. Bei betont zufälligen Zügen kann für die Wiederholung auch ein *Erfolg im Mittel* (Erwartungswert) angestrebt werden, setzt *statistische Stabilität* voraus.
- Eine **Spielstrategie** weist (sofern sie existiert bzw. bekannt ist) den Weg zum Gewinn. Sie gibt dann für jede Stellung des Spiels (eindeutige) Hinweise um zu gewinnen. In der Strategie werden meist nur die folgenden „bestmöglichen“ (für mich schädlichste) Züge berücksichtigt. Ich gehe dabei *kein Risiko* ein, z. B. in der Hoffnung, daß der Gegner (aus Dummheit oder Unkenntnis) schon einen Fehler (schwächeren Zug) wählen wird.
- Es kann unterschiedlich viel **Information** über oder während des Spiels vorliegen:
 - *vollständig* z. B. bei Mühle, wer zuerst zieht, der kann immer gewinnen,
 - *prinzipiell vollständig*, aber nicht verfügbar, da zu komplex, z. B. Dame, Schach, Go,
 - *unvollständig*, z. B. bei Kartenspielen, durch das Mischen und Verteilen,
 - *nur statistische*, z. B. bei mehrmaligem Würfeln oder Knobeln.
 - *keine*, z. B. bei einmaligem Würfeln oder Knobeln, bzw. beim menschlichen Gegner.Zuweilen wird die mögliche Information bewußt *nicht ausgenutzt*, man verläßt sich (aus welchen Gründen auch immer) eher auf das Gefühl (Glück).

Etymologie von Spiel

8 Jh. mhd. *spilon* spielen (schwach flektierend), sich lebhaft bewegen, fröhlich sein, musizieren
9 Jh. mhd. *spil* Tanz, Zeitvertreib, Scherz, Unterhaltung, Vergnügen, Musik, Waffen-, Kampfspiel, Wettkampf; nur westgermanische Sprachen, **Entlehnung unbekannt**
spilman fahrender Sänger, Musikant, Gaukler
um 900 mhd. *spilari*, *spiler*, Handpaukenschläger, Tänzer, Gaukler, Schauspieler
16. Jh. Brett-, Würfel-, Kartenspiel, etwas bis zu Ende bringen, die Hand mit im Spiel haben
17 Jh. von einer Vorlage abspielen
dann immer mehr Übergang zu den heutigen Varianten

Life

John Horton Conway (1970), quadratisches Raster der Zellen mit oder ohne Leben (=1).

Es wird getaktet gearbeitet in Generationen gearbeitet

Bei den entstehenden drei Möglichkeiten werden die 8 Nachbarzellen berücksichtigt

- *Geburt*: Eine „leere“ (tote) Zelle hat genau drei mit Leben belegte Nachbarzellen. Dann wird sie „befruchtet“ und erreicht damit in der Folgegeneration Leben.
- *Überleben*: Eine mit Leben belegte Zelle hat 2 oder 3 lebende Nachbarzellen. Dann fühlt sie sich wohl und lebt weiter.
- *Tod 1*: Eine mit Leben belegte Zelle hat 0 oder 1 lebende Nachbarzelle. Sie fühlt sie einsam und stirbt daher.
- *Tod 2*: Eine mit Leben belegte Zelle hat 4 bis 8 belebte Nachbarzellen. Sie verhungert daher, stirbt also.

Tod 1 und *Tod 2* können auch als *sonst* zusammengefaßt werden.

Das Spiel zeigt eine Vielzahl von Struktur-Varianten, darunter

- aussterbende Strukturen,
- oszillierende Strukturen,
- unveränderliche Strukturen,
- sich in der Ebene bewegende Strukturen,
- Strukturen, die ständig neue gebären,
- Strukturen, die andere vernichten und sich dabei nur vorübergehend ändern.

Es sind vielfältige andere Regeln möglich:

- a) mehr Zustände: infiziert, krank, genesen und sterben;
- b) andere Varianten: als alle 8 Nachbarzellen bzw. dreidimensionales Spiel.

Zellularer Automat

Beispiel nach Gardner in linearer Form (1983):

Die Belegung der Zellen in der nächsten (tieferen) Zeile ist abhängig von den drei darüber

- 0: wenn 0 oder 3 darüber besetzt sind,
- 1: wenn 1 oder 2 besetzt sind.

Nur 2 belegte Startzellen führen zum Sierpinski-Dreieck

Ehrenfest-Phänomen

= *Hund-Flöhe-Modell* (vor 1900). Zwei Hunde und n nummerierte Flöhe: Zufallszahl 1 bis n .

Wenn m erscheint muß der m -te Floh den Hund wechseln.

Es gibt zwei unterschiedliche Ergebnisse:

- Im Mittel sind auf jedem Hund die *Hälfte der Flöhe*; bei großem n ist die Abweichung sehr klein, z. B. bei der Loschmidtschen Zahl $\approx 10^{20}$
- zeitweilig sind beliebig große *Abweichungen* hiervon möglich

Folgerung: wir leben in einer raumzeitlichen Oase, wo sich einiges nach höherer Komplexität bewegen kann.

Evolutionsspiele nach Eigen

zwei Kästen $\{1, 2\}$: 1 ist Beobachtungskasten

1. = Ehrenfest (Hunde = Kästen)
2. n nicht unterscheidbare Kugeln; Zufallsgenerator $\{0, 1\}$
Bei „1“ wandert eine Kugel von Kasten $1 \Rightarrow 2$, sonst umgekehrt
 - Es entsteht Rechteckverteilung, die durch alle möglichen Zustände driftet
3. Kugelsorten $\{1, 2, \dots, n\}$ mit der Anzahl n je Sorte
Zu Beginn in 1 je eine Kugel jeder Sorte;
Wiederholt zufällige Kugel aus 1 ziehen
 - a) *ungerader* Zug: Kugelart wird in 1 verdoppelt
 - b) *gerader* Zug: Kugel ohne Ersatz in den Reservekasten
 - eine Sorte vergrößert ihre Anzahl eine anderer stirbt aus
 - nur eine Sorte überlebt, welche hängt vom Zufall ab.
4. Gegenüber 3. zusätzlich Wahrscheinlichkeiten für Änderungen;
mit $p = 1 + \varepsilon$ werden neue Sorten $n+1, n+2 \dots$ eingeführt
 - Jede Sorte stirbt aus, aber immer existiert eine Sorte besonders häufig
5. Je Sorte werden Verlust- und Gewinnraten benutzt, Bewertungen W_i
Je nach W_i in Bezug auf den Mittelwert W_0 : Überleben bzw. Aussterben der Sorte
 - Es entsteht Mutation und damit Auslese.

Glück und Pech beim Spiel

Eigen, Winkler: Das Spiel, Piper 1985/1996, S. 22

Glück - Pech befreien den Zufall aus seiner ursprünglichen Beziehungslosigkeit.

Lotterie ist die reinste und zugleich klassische Form.

Ihr Reiz ist der in Aussicht gestellte und vielfach angepreisene Gewinn.

wird nicht als Glücksspiel bezeichnet, sondern so empfunden.

Auf den sicheren Verlust stellen sich die Teilnehmer ein.

Ganz **ohne Gewinn** macht ein Spiel kaum Spaß

dann Zufall eben bloßer Zufall, weder Glück noch Pech.

Es gibt auch **Pechspiele**, z. B. „Mensch ärgere dich nicht“.

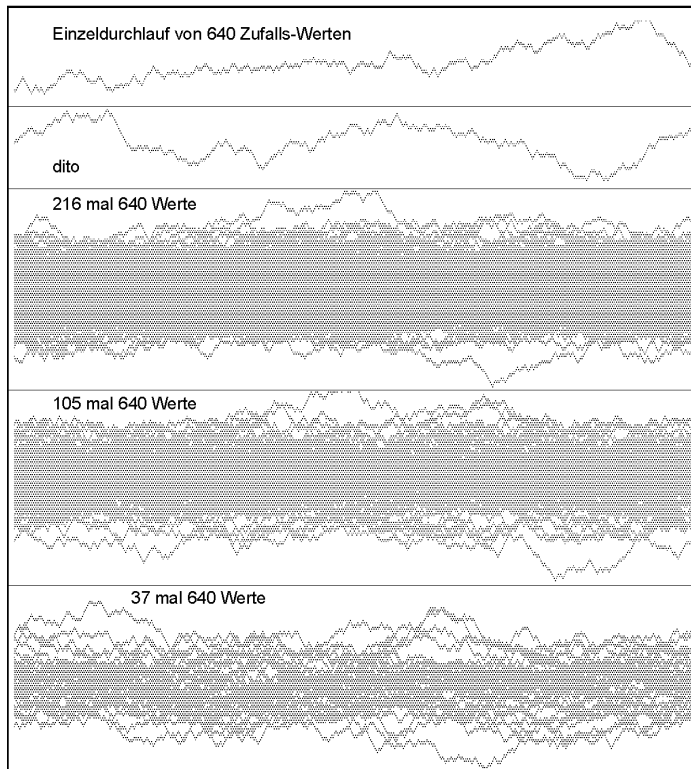
Pechsituationen werden absichtlich herbeigeführt und dominieren das Spielgeschehen.

Reines Zufallsspiel ist genauso langweilig wie ein **streng determiniertes**, z. B. Mühlespiel

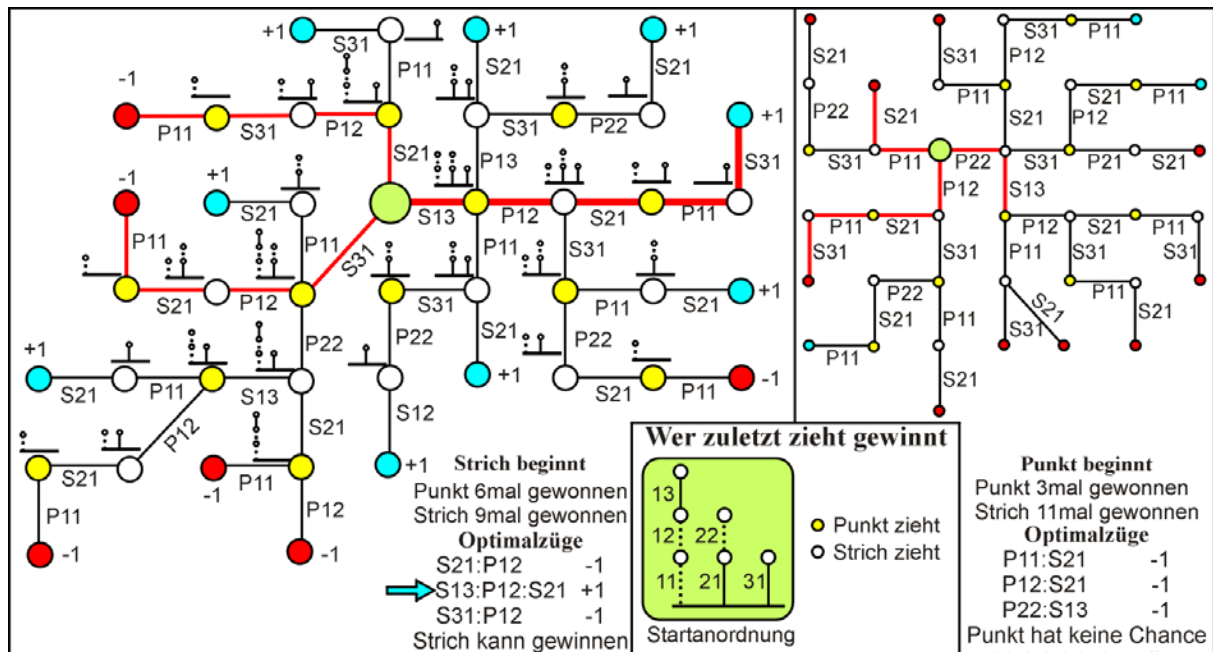
Beim Schachspiel u. ä. verlassen wir uns lieber aufs „Gefühl“

#####

Beispiele zum Ehrenfest-Phänomen



ehrfest.cdr h. vözl 14.2.94



Knobeln

Schere schneidet Papier
 Papier wickelt Stein ein
 Stein macht Schere stumpf

A			
B			
	0	-1	1
	1	0	-1
	-1	1	0

Knobeln.cdr h. vözl 11.1.99

Nimm

Es können 1 bis 3 Hölzer genommen werden.
 Wer das letzte Holz nehmen muß, hat verloren.
 Start z. B. 100

allgemein gilt

je Punkt führen
3mal weg und
ab 97 3mal hin

Endposition
für Gewinn

Verlust möglich
Gewinn
Ende

Gewinn ist
zu erzwingen;
(immer bei $1+3n$)

Ende

Knobeln.cdr h. vözl 11.1.99

sterben

stabil

blinken

Still-Leben

Flugzeug-
Träger

Schlan-
ge

Angel-
haken

Knüttel

Hut

sinkend.
Schiff

Bienen-
wabe

See

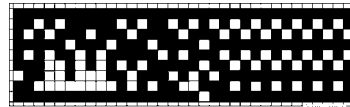
periodische Strukturen

3 Perioden 4 5 6

Cheshire-Katze

1 2 3 4
5 6 7 8

StG.cdr h. vözl 1.8.97



Ein Sterndeuter hat seinen Herrscher erzürnt und soll daher sterben
 Er begnadigt jedoch zum Schicksal über 2 Urnen und 4 Kugeln
 Weiß gewählt bedeutet Leben. Wie muß Sterndeuter Kugeln anordnen?

1/2			Urnenwahl Kugelwahl je 1/4	Urnenwahl Kugelwahl
1/2				Urnenwahl Kugelwahl je 1/6
1/2 * 2/3 = 1/3				
1/2 + 1/3 = 2/3				

Ähnliche Probleme: Lose ziehen mit Gewinn und Verlust
 mehr Urnen und mehr Kugeln

urnen.cdr h. vözl 29.12.98

Löwe-Lamm-Spiele

zwei Gegner (Partner) können sich nur zwischen zwei Strategien unterscheiden

Löwe = den ganzen Gewinn für sich allein beanspruchen, darum kämpfen

Lamm = kooperativ zusammenwirken und den Gewinn gerecht teilen

V = verbesserte Leistung (Fitneß) durch alleinigen Besitz

D = Leistungsverlust (Schwächung) durch den Kampf um den Gewinn

W = Leistungsgewinn (Gruppe) durch das Zusammenwirken

Gewinnmatrix für Zeilenspieler

	Löwe	Lamm
Löwe	$\frac{V-D}{2}$	V
Lamm	0	$\frac{V+W}{2}$

je Feld gilt:
Pfeile Richtung für Strategiewechsel

Spaltenspieler

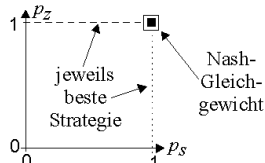


Zeilenspieler

Wettrüsten: $V=4; D=2; W=0$

	Löwe	Lamm
kämpfen	1	0
friedlich teilen	4	2

Wahrscheinlichkeiten = Anteil der Löwenstrategie

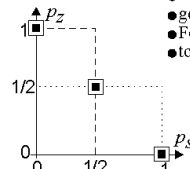


Feigling (chicken): $V=2; D=4; W=0$

	Löwe	Lamm
nicht ausweichen	-1	0
ausweichen	2	1

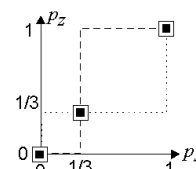
Varianten:

- überlebender Held
- genauso feig, wie der andere
- Feigling, jedoch am Leben
- toter Held



Hirschjagd: $V=4; D=0; W=6$

	Löwe	Lamm
Hasen fangen	2	0
Hirsch erjagen	4	5



löwe/lamm.cdr h.völz 9.2.99

