

## Eine anschauliche Darstellung des Quanten-Bit

### Zusammenfassung

1995 hat BENJAMIN W. SCHUMACHER den Begriff *QuBit*<sup>1</sup> (Quantenphysikalisches Bit) geprägt. Die Bezeichnung hat sich fest etabliert, ist jedoch noch immer uneinheitlich, u.a. sind auch qbit, QBit und Qbit gebräuchlich. Hier wird der Versuch unternommen, das QuBit möglichst anschaulich – auch im Vergleich zum üblichen informationstheoretischen Bit – zu erklären. Ferner wird ein kurzer Abriss zu den aktuellen Möglichkeiten von QuBit-Speichern und -Rechnern gegeben.

### Vorbemerkungen

Die Gesetze der Quantenphysik widersprechen unseren alltäglichen Erfahrungen und sind deshalb äußerst unanschaulich. Dennoch gilt die Quantentheorie als die am besten bestätigte Theorie der Physik. U.a. ist sie für die Beschreibung und Weiterentwicklung der Mikroelektronik, des Lasers, des Magnetismus und der Supraleitung unentbehrlich. Besonders unanschaulich ist es, dass die Quantengesetze nur Wahrscheinlichkeiten für künftige Zustände angeben. Zudem liegen alle möglichen Zustände gleichzeitig vor und nur bei einem Experiment bzw. durch die Wirklichkeit wird dann jeweils einer zufällig ausgewählt. Dadurch ist die Zukunft eigentlich ungewiss. Im Wesentlichen gilt das jedoch nur im Mikrokosmos. Wir leben dagegen in weitaus größeren Räumen (Makrokosmos). Hierbei tritt so etwas wie eine Mittelwertbildung über eine riesige Anzahl von Elementarzuständen auf. Daher sind wir es gewohnt, dass sich unsere Welt deterministisch – intuitiv sprechen wir von kausal – zu verhalten scheint. Wir glauben daher, dass wenn etwas geschieht, was wir uns nicht erklären können, wir nur einen Fachmann nach der Ursache zu fragen brauchen. Von ihm erwarten wir dann eine Erklärung. Wenn uns diese einleuchtet, sind wir zufrieden und meinen, dass das Geschehen doch vorhersehbar war und uns nur das Fachwissen fehlte. Doch wie diese Kausalität – aber nicht Gesetzmäßigkeit – auch falsch funktionieren kann zeigt eine authentische Anekdote:

*Dem Physiker und Meteorologen HEINRICH WILHELM DOVE (1803 – 1879) wurde nach einem öffentlichen Vortrag die Frage gestellt: „Woher kommt es, dass wir in den Straßen von Berlin im Winter immer fünf Grad Kälte mehr haben wie auf dem Felde“. Er wollte keinen Streit mit dem Unwissenden und ihn mühevoll darüber aufklären, dass es umgekehrt sei. Also sagte er: „Weil die Menschen in den Häusern heizen, flüchtet die Kälte ins Freie“.*

### Quantenzustände als QuBit

Ein quantenphysikalisches System besitzt immer mehrere eindeutig unterscheidbare Zustände. Vereinfachend sollen hier zunächst nur Systeme mit zwei möglichen Zuständen betrachtet werden. Im klassisch physikalischen Fall könnten ihnen dann die logischen (binären) Werte 0 bzw. 1 zugeordnet werden. Ein solches System könnte dann genau ein informationstheoretisches Bit speichern. Im Gegensatz dazu hat 1958 hat PAUL ADRIEN MAURICE DIRAC (1902 – 1984) eine quantenphysikalische, abstrakte Schreibweise eingeführt. Dabei wird auch die Matrizendarstellung von WERNER HEISENBERG (1901 – 1976) berücksichtigt. Ausgangspunkt ist ein komplexer Wert  $\xi$  ( $a+bi$  mit  $i = \sqrt{-1}$ ). Bei der erforderlichen Matrix werden für eine Zeile das Symbol  $\langle \xi |$  (gesprochen bra) und für die Spalte  $| \xi \rangle$  (gesprochen ket) eingeführt. Für den Betrag der Matrix gilt dann  $\langle \xi | \xi \rangle$  (gesprochen bra-ket, (englisch Klammer)). Diese Schreibweise kann auch auf die zur Matrizengleichung äquivalente quantenmechanische Wellenfunktion  $\Psi$  der Wellengleichung von ERWIN SCHRÖDINGER (1887 – 1961) angewendet werden. Für zwei Lösungen (Zustände) A und B dieser Schrödinger-Gleichung ist dann  $\langle A|B \rangle$  ihr Skalarprodukt. In **Tabelle 1** sind hierzu drei Beispiele mit zwei Quantenzuständen zusammengestellt. Am anschaulichsten dürfte dabei die

<sup>1</sup> Physical Review A, 51 (4); 2738 - 2747, 1995

*Polarisation von Licht* sein. Das elektrische Feld der zum einzelnen Photon gehörenden elektromagnetischen Welle kann horizontal oder vertikal ausgerichtet sein. Ähnliches gilt für den *Spin eines Elektrons*. Anschaulich betrachtet, kann es sich links (up) oder rechts (down) herum drehen. Dieser Spin wurde erstmalig 1988 bei den GMR-Wiedergabe-Elementen (**giant magnetic resistive**) der Festplatten genutzt. Inzwischen ist dazu das Gebiet der Spin-Elektronik mit etlichen Anwendungen entstanden. *Atomare Systeme* haben viele Zustände, binär vereinfacht lassen sich jedoch der Grundzustand und ein angeregter Zustand unterscheiden.

**Tabelle 1.** Drei Beispiele für binäre Quantenzustände und ihre Zuordnung zur abstrakten Beschreibung. Die Polarisation bezieht sich immer auf irgendeine Achse, die senkrecht zur Ausbreitungsrichtung steht. In der untersten Zeile sind experimentelle Nachweismethoden genannt.

Abstraktes System	Elektronenspin	Photon-Polarisation	Atomares System
$ 0\rangle$	up $ \uparrow\rangle$	horizontal $ \leftrightarrow\rangle$	Grundzustand
$ 1\rangle$	down $ \downarrow\rangle$	vertikal $ \updownarrow\rangle$	angeregter Zustand
Standardbeschreibung	Stern-Gerlach-Versuch	Polarisator	Energie

Es sei nun angenommen, dass ein solches System gegenüber allen Einwirkungen von der Außenwelt abgeschirmt sei. Es darf also auch keine Messung erfolgen. Im Gegensatz zum klassischen System liegt dann nicht einer der beiden Quantenzustände als Entweder-Oder vor, sondern vielmehr eine gleichzeitige Überlagerung beider Zustände vor:

$$\Psi = c_1 \cdot |A\rangle + c_2 \cdot |B\rangle \text{ mit } c_1^2 + c_2^2 = 1. \quad (1)$$

Darin sind  $c_1$  und  $c_2$  beliebige Konstanten. Entsprechend der Produktsumme existieren also gleichzeitig unendlich viele Quantenzustände. A und B können auch im Sinne der beiden klassischen Bit-Zustände  $\text{Bit} = \{0, 1\}$  geschrieben werden. Dann gilt für ein völlig von der Umwelt isoliertes Quantensystem

$$\text{QuBit} = \{c_1|0\rangle + c_2|1\rangle\}.$$

Dies kann durch eine **Kreisoberfläche** mit dem Radius 1 veranschaulicht werden. Am oberen „Nordpol“ befindet sich dann die 1 und am unteren „Südpol“ die 0. Bei der Messung muss hiervon etwas auf ein Makrosystem mit größerer Energie übertragen werden. Dabei wird per Zufall nur ein einziger Punkt dieser Oberfläche ausgewählt. Zu ihm gehört ein Wert  $x$  mit den Werten  $c_{1m}$  und  $c_{2m}$ :

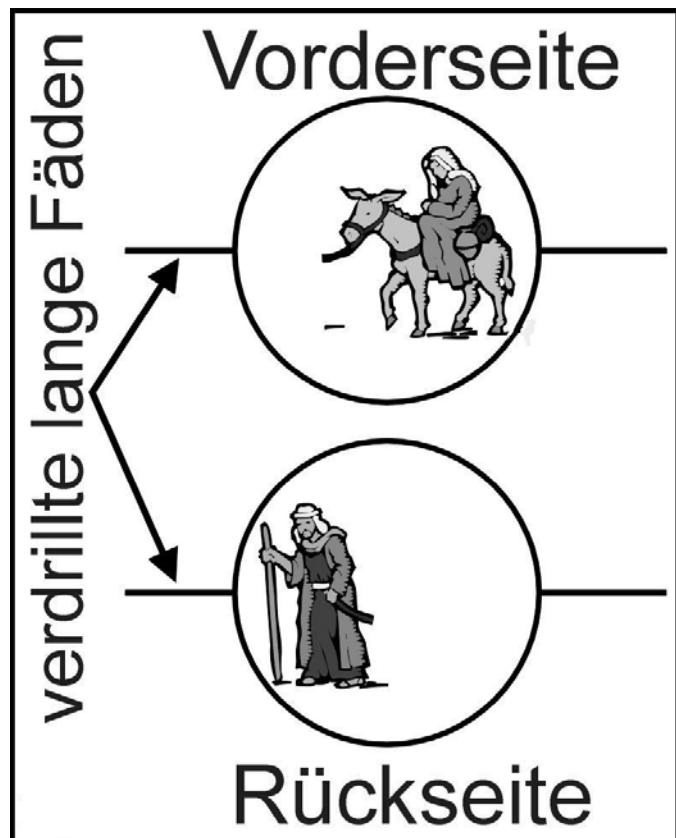
$$x = c_{1m} \cdot 0 + c_{2m} \cdot 1.$$

Er liegt formal im abgeschlossenen Intervall  $[-1 \dots \pm 0 \dots 1]$ . Durch diese Übertragung wird jedoch der vielfache Zustand des Quantensystems von Gleichung (1) zerstört. Er geht durch die Messung unwiederbringlich verloren. Soll der Wert von  $x$  auf ein klassisches Bit-System mit nur 0 **oder** 1 übertragen werden, so fällt die Entscheidung über das betragsmäßig größere  $c_{1m}$  und  $c_{2m}$ . Welcher Zustand dabei erscheint, ist infolge des  $x$  ebenfalls zufällig. Diesen Zusammenhang versuchte SCHRÖDINGER mit seiner berühmten Katze zu veranschaulichen. Sie lebt in einen nicht einseharen Käfig, indem sich auch ein tödliches Gift befindet. Solange der „quantenphysikalische“ Käfig nicht geöffnet ist, kann sie sowohl tot als auch lebendig sein und nicht wie es die langläufige Anschauung lehrt, entweder oder. Die Entscheidung darüber fällt erst beim Öffnen des Käfigs. Infolge der Zerstörung des ursprünglichen Quantenzustandes bei der Messung (Wiedergabe) ergibt sich für die Speicherung ein schwerwiegender Nachteil. Für Quantenzustände ist **kein Backup** möglich. Dies wird oft so ausgedrückt, dass Quantenzustände nicht zu klonen sind. Außerdem sind QuBits daher sehr fest an einen Ort gebunden.

Die Überlagerung in Formel (1) wird durch das *Superpositionsprinzip*<sup>2</sup> beschrieben. Bezüglich dieser Möglichkeit wird auch von *verschränkten*<sup>3</sup> Zuständen gesprochen. Dies gilt jedoch nur solange, wie das System von allen Umwelteinflüssen hinreichend entkoppelt ist. Durch Umwelteinflüsse wird diese Zustandsvielfalt nämlich aufgehoben. Dafür wird dann der Ausdruck *Dekohärenz* benutzt. Dies erfolgt insbesondere bei einer Messung. Dem System muss hierzu nämlich Quantenenergie entnommen und so verstärkt werden, dass sie anschließend auf ein Makrosystem übertragen werden kann. Das Makrosystem kann dabei aber von den vielen möglichen Quantenzuständen nur einen einzigen und eindeutigen Wert annehmen: Diese Auswahl erfolgt jedoch per Zufall. Es wird also ein Zustand gemessen, für den nicht vorhersagbare, feste Werte  $c_{1,m}$  und  $c_{2,m}$  zufällig ausgewählt werden. Notwendigerweise wird bei diesem Prozess auch der vorher vorhandene Quantenzustand  $\Psi$  (s. obige Gleichung) zerstört. Eine Messung an einem Quantensystem entspricht folglich einer zerstörenden Wiedergabe. Sie liefert zudem nicht deterministisch eindeutige, sondern nur statistisch bedingte Werte. Dies ist letztlich auch die tiefere Ursache der Heisenbergschen Unschärferelation.

### Ein anschauliches Modell

Bereits vor dem Beginn der Filmtechnik gab es das sogenannte Traumaskop [1]. Vor einigen Jahren wurde es noch als Kinderspielzeug benutzt. Mit ihm kann nämlich dem Auge Bewegung vorgetäuscht werden. Es besteht aus einem ca. 10 cm langen dünnen Faden, in dessen Mitte eine runde Pappscheibe von etwa 3 cm Durchmesser aufgeklebt ist. Ihre beiden Seiten werden mit unterschiedlichen Bildern versehen. In **Bild 1** sind jedoch bewusst zwei sich ergänzende Bildteile gewählt. Auf der Vorderseite sieht man den Esel mit einer Reiterin, auf der Rückseite den Eseltreiber. Der Faden wird nun zwischen Daumen und Zeigefinger angefasst, und zwar rechts mit der rechten und links mit der linken Hand. Dann ist es ein leichtes, durch Bewegen der Finger die Scheibe in Rotation zu versetzen. Erfolgt dies hinreichend schnell, so ist das Auge zu träge, um die Bilder einzeln zu sehen. Sie fügen sich scheinbar zu einem ganzen Bild zusammen.



**Bild 1.** Ein einfaches Beispiel für ein Traumaskop.

Dieses Prinzip wird jetzt zur Beschreibung des QuBit ein wenig abgeändert (s. **Bild 2**).

Auf die Vorder- und Rückseite kann jetzt per Zufall eine Belegung mit der Ziffern 0 oder 1 erfolgen. Dabei können unterschiedliche Schriftfonts und Größen verwendet werden. Die Rückseite der Pappscheibe erhält zusätzlich einen schwarzen Rand. Auf beiden Seiten bezogen sind so die vier Varianten möglich (Bild 2a):

<sup>2</sup> Das Superpositionsprinzip wurde erstmalig 1932 von JOHN VON NEUMANN (1903 – 1957) in seinem Buch „Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik“ beschrieben.

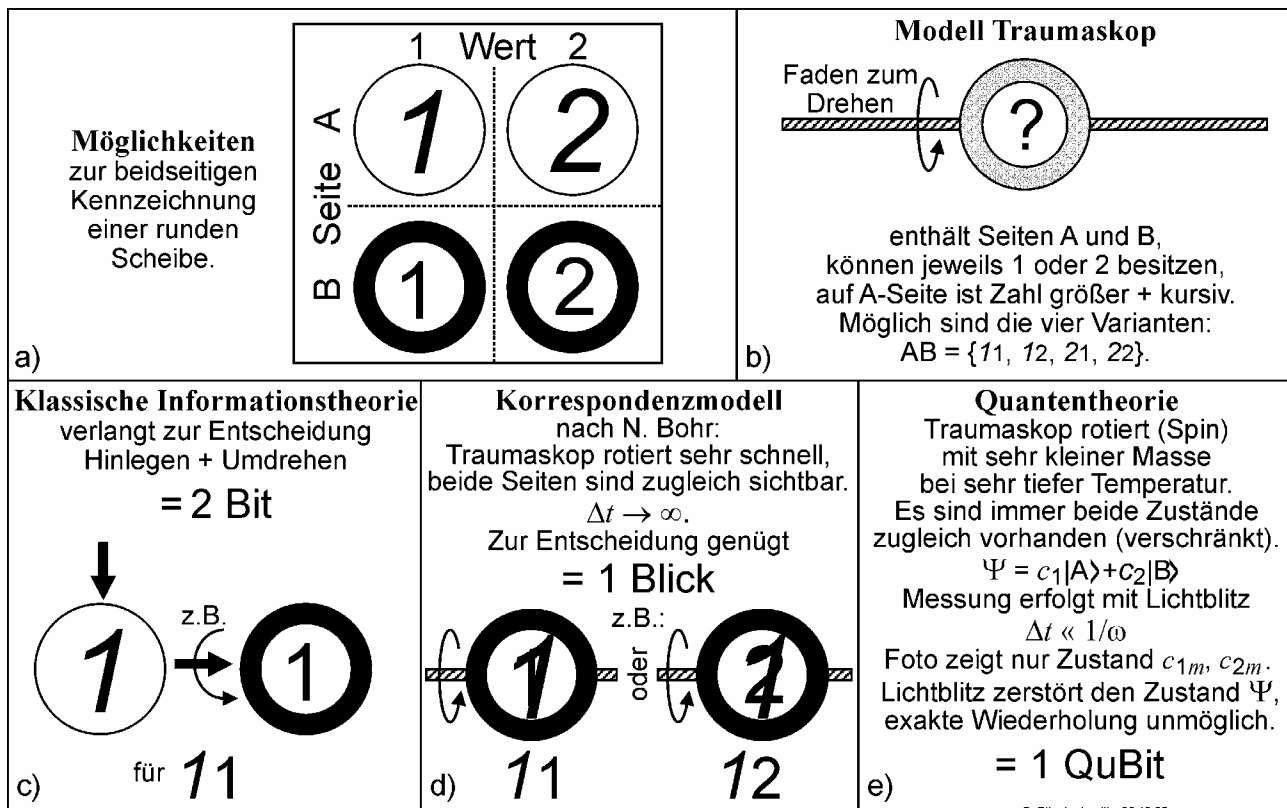
<sup>3</sup> Allgemein wird *Verschränkung* (englisch entanglement) für *zwei* oder mehr Quantensysteme benutzt, die miteinander in enger Wechselwirkung stehen. Sie können dann für mehrere QuBits genutzt werden. Sind zwei Partikel, z.B. Photonen, miteinander verschränkt, so betrifft die Änderung des einen auch sofort das andere. Dabei können sie inzwischen beliebig weit voneinander entfernt sein. Das wird durch den Begriff *Nichtlokalität* der Quantentheorie ausgedrückt. Ein klassisches Analogon dazu sind ein Paar Handschuhe. Steckt man morgens irgendeinen in die Tasche, so ist der andere zuhause geblieben. Das gilt auch dann, wenn man erst mittags den mitgenommenen betrachtet.

$$AB = \{11, 12, 21, 22\}.$$

Um die richtige Belegungsvariante zu finden, müssen wir im klassisch informationstheoretischen Fall zwei Bit aufwenden. Zunächst stellen wir die Ziffer auf der Vorderseite fest. Dann drehen wir die Scheibe um und können die Rückseite betrachten (vgl. Bild 2c).

Doch jetzt lassen wir unser Traumaskop schnell rotieren. Dann überlagern sich die beiden Seiten und wir sehen mit einem Blick beide Belegungen, so ähnlich wie es im Bild 2d gezeigt ist. Ins Quantentheoretische übertragen hieße das, es sind gleichzeitig zwei „Zustände“ sichtbar. Dieser Fall entspricht dem Korrespondenzprinzip von NIELS BOHR (1885 – 1962) mit einer Betrachtungszeit  $\Delta t \rightarrow \infty$ , oder die zumindest lang gegenüber der Umdrehungszahl des Traumaskopes ist. Doch was geschieht nun, wenn ich Blitzlichtaufnahmen vom rotierenden Traumaskop anfertige? Dann erhalte „zufällige“ Aufnahmen, welche die Scheibe in beliebigen Lagen zeigen. Wenn sie z.B. gerade senkrecht gestanden hat, erscheint sie nur als Strich, andernfalls in Schräglagen. Dies liegt schon recht nahe bei den unendlich vielen Zuständen der obigen Gleichung (1) mit verschiedenen  $c_1$  und  $c_2$ . Doch um sie genauer zu erhalten, werde die Blitzlänge so gewählt, dass sie zufällig bei irgendeinem kleinem bis mittlerem Bruchteil der Drehzahl liegt. Dann können sich nämlich auf der Photographie die beiden Seiten auch teilweise überlagern.

Bis jetzt wurde das Traumaskop im Vergleich zu quantentheoretischen Gebilden sehr groß gewählt. Um zu echten quantenphysikalischen Aussagen zu kommen, muss nur noch im Sinne des Korrespondenzmodells gedanklich der Übergang zu mikrophysikalischen Abmessungen durchgeführt werden (Bild 2e). Das Traumaskop soll dazu eine sehr kleine Masse besitzen, etwa die eines Elektrons. Seine Rotation soll dem Spin entsprechen. Dann gehorcht es genau der Formel (1) und folglich zerstört jede Messung oder jeder Kontakt mit der Umwelt diese Superposition.



**Bild 2.** Die Nutzung eines vor der Filmtechnik gebräuchlichen Traumaskops (a) zur anschaulichen Erklärung des Qubits.

## Anwendung von QuBits

Um mit QuBits zu arbeiten, sind mehrere QuBits quantenphysikalisch zu einem von der Umwelt isolierten Quanten-Register zusammenzufassen. Diese QuBits sind dann miteinander verschränkt. Erst wenn diese quantenphysikalische Speicherung zuverlässig gelungen ist, dann können quantenphysikalische Gesetze angewendet werden, so dass ein *Quanten-Computer* entsteht. Sein großer Vorteil besteht darin, dass nicht nur alle möglichen Zustände der QuBit gleichzeitig vorliegen, sondern dass zusätzlich auch die Rechnungen hoch parallel erfolgen. Hieraus folgt u.a. die Möglichkeit, die langen und komplizierten Rechnungen der Kryptographie zu unterlaufen. Alle jetzigen Krypto-Verfahren würden so unsicher. Bereits für die klassische Speicherung ist es ganz wichtig, eine hinreichend gute Fehlerkorrektur gegenüber Störungen zu besitzen. Noch mehr gilt dies für Quantenspeicher. Es ist aber z.Z. ist noch unklar, ob so etwas auch bei der Quantenspeicherung und -Rechnung möglich ist. Doch z.Z. ist es wesentlich grundlegender, hinreichend viele QuBits als Quantenregister technisch zuverlässig zu realisieren. Hierzu sollen noch einige Beispiele kurz erwähnt werden.

Klassische Informationsspeicher werden vorwiegend zur langfristigen Aufbewahrung wichtiger Informationen benutzt. Es ist sehr unwahrscheinlich, dass hierfür Quantenspeicher jemals eine Konkurrenz werden könnten. Denn während der *Speicherzeit* müssen die QuBits ständig vollständig von der Umwelt isoliert sein. Dabei ist wirkt sich sogar thermisches Rauschen äußerst störend aus. Deshalb müssen Quantenspeicher auf extrem tiefe Temperaturen abgekühlt werden, und bekanntlich scheiterten bisher bereits mehrfach alle Versuche zur klassischen Tieftemperatur-Speicherung (z.B. Kryotrons). Zusätzlich können kosmische und radioaktive Strahlung sowie spontane Emission von Photonen und spontaner Zerfall von Atomen diese Zeit verkürzen. Näherungsweise gilt etwa, je größer die Masse des Objekts (z.B. Quanten-Register) ist, desto kürzer ist die Dekohärenzzeit. Die Superposition zweier Zustände mit 1 g Masse und 1 cm Abstand ist bereits nach  $10^{-23}$  s zerstört. Die typischen Dekohärenzzeiten hängen erheblich vom verwendeten Quantensystem ab. Die größtmöglichen Werte wurden bisher nur beim gut „abgeschirmten“ Kernspin erreicht. Für Quantencomputer müssen diese Zeiten außerdem noch lang gegenüber den „Schaltzeiten“ der Quantengatter sein. Einige Werte zeigt **Tabelle 2**. Die typischen *Abmessungen* der QuBits liegen im nm-Bereich. Sie sind folglich sehr klein und ermöglichen theoretisch eine sehr hohe *Speicherdichte*. Prinzipiell würde sich dadurch eine sehr große *Speicherkapazität* ergeben. Doch bisher ist es bestenfalls gelungen, hundert QuBits zu verschränken. Doch bei diesen und weiteren Aussagen ist zu beachten, dass sich Quanten-Speicher und -Computer ganz am Anfang einer noch weitgehend offenen Entwicklung befinden. Es sind also immer noch völlig unerwartete Lösungen möglich. Im Folgenden sollen nun einige konkrete Beispiele kurz beschrieben werden. Weitere Details enthält u.a. [2].

System	$t_{\text{Dekohärenz}}$	$t_{\text{Gatter}}$	Verhältnis
Ionenfallen	$10^{-4}$ s	$10^{-17}$ s	$10^{13}$
Kernspin	10 s	$10^{-6}$ s	$10^7$
Quantenpunkte	$10^{-6}$ s	$10^{-9}$ s	$10^3$

**Tabelle 2.** Beispiele für typische Zeiten ausgewählter Basiselemente von Quantencomputern. Es scheint die Polarisation von Licht zu fehlen. Bisher ist die Lichtspeicherung jedoch nur indirekt möglich. Ferner fehlen Josephson-Kontakte und Bose-Einstein-Kondensate. Hierzu wurden keine Daten gefunden. Außerdem ist zu beachten, dass sehr tiefe Temperaturen notwendig sind und von ihrer Größe die Zahlenwerte erheblich abhängen.

**Quantenpunkte** (= quantum dots = Quanten-Fallen) schlugen 1998 DANIEL LOSS und DAVID DIVINCENZO vor. Hierzu werden in einem Halbleiterkristall definierte „Fehlstellen“ mit einem Volumen von wenigen  $\text{nm}^3$  eingebaut. Ihre Herstellung kann atomweise mit dem Rasterkraftmikroskop erfolgen. Die einzelnen Elektronen sind in ihnen als QuBits in der Bewegungsfreiheit stark eingeschränkt. Sie werden an den „Wänden“ reflektiert. Ihre Anregung erfolgt u.a. mit Lichtblitzen von 100 fs. Als „Wiedergabesignal“ senden sie genau definierte

Photonen aus. Leider sind Quantenpunkte immer etwas mit dem sie umgebenden Kristallgitter verkoppelt, was ihre Dekohärenzzeit deutlich verkürzt.

Die Nutzung des **Kernspins** (NMR = **n**uclear **m**agnetic resonance = Kernmagnetische Resonanz) für QuBits begann 1997 durch D. CORY, N. GERSCHENFELD und I. CHUANG. Hierbei werden ausgewählte Atome in komplexen Molekülen benutzt. Ihre Kernspins können als QuBits durch ein externes Magnetfeld parallel oder antiparallel ausgerichtet werden. Die Moleküle bilden aus ihnen das Quantenregister. Daher müssen alle QuBits in einem Molekül untergebracht werden. Auf diese Weise wurde 1999 erste 5-QuBit-Computer mit dem Molekül BOC  $^{13}\text{C}_2\text{-}^{15}\text{N}\text{-}^2\text{D}_2$ - Glycerin-Fluorid realisiert. Hierbei wurde auch erstmalig der 1994 von PETER SHOR entwickelte Algorithmus zur Primzahlzerlegung benutzt (Zahl 15). Es ist bisher das einzige Prinzip, das bei Zimmertemperatur funktioniert. Leider ist jedoch die Speicherdichte sehr gering, denn es müssen immer gleichzeitig sehr viele Moleküle (etwa  $10^{18}$ ) benutzt werden.

**Josephson-Kontakte** für QuBits wurde 1997 von SHNIRMAN u.a. vorgeschlagen. Sie funktionieren nur bei Supraleitung (Cooper-Paare), also sehr tiefen Temperaturen (in der Nähe des absoluten Nullpunkts ca.  $-273\text{ C}$ ).

Das **Bose-Einstein-Kondensat** (BEK englisch BEC) wurde bereits in den 20er Jahren von ALBERT EINSTEIN (1879 – 1955) und SATYENDRA NATH BOSE (1894 – 1974) vorhergesagt. Es wurde jedoch erstmals 1995 von WOLFGANG KETTERLE (\*1957) und anderen bei einer Temperatur von wenigen  $\mu\text{K}$  mit Rubidium-Atomen realisiert. Seine Nutzung für QuBits wurde 1995 von IGNACIO CIRAC und PETER ZOLLER 1995 vorgeschlagen. Hierbei werden viele Bosonen<sup>4</sup> auf engstem Raum so zusammengedrängt, dass sie alle den gleichen Grundzustand annehmen. Dies bedeutet, ihre Gesamtheit verhält sich wie ein einziges Molekül. Sie sind daher viel größer als Atome oder Elektronen und lassen sich so besser nutzen. Ein BEK wird u.a. durch ein Lichtgitter (MOT = **m**agneto **o**ptical **t**rap = magneto-optische Falle) zusammengehalten, dass durch Interferenz von 6 Laserstrahlen entsteht. Dennoch sind auch hier extrem tiefe Temperaturen notwendig. Verwandt hiermit sind auch Ionenfallen.

## Literatur

- [1] Völz, H.: Handbuch der Speicherung von Information Bd. 2 Technik und Geschichte vorelektronischer Medien. Shaker Verlag Aachen 2005
- [2] Völz, H.: Wissen - Erkennen - Information. Datenspeicher von der Steinzeit bis ins 21. Jahrhundert. CD der Digitalen Bibliothek, Bd. 159, Berlin 2007
- [3] Bruß, D. Quanteninformation. Fischer, Frankfurt 2003

---

<sup>4</sup> Bosonen sind Elementarteilchen mit keinem oder ganzzahligem Spin. Sie sind nach BOSE benannt. Elementarteilchen mit halbzahligem Spin (Elektron, Proton und Neutron) sind Fermionen, benannt nach ENRICO FERMI (1901 – 1954).