

NFR Numerischer Formel-Rechner

H. Völz

Viele Formeln in Naturwissenschaft und Technik verknüpfen drei Variablen A , B und C und besitzen dabei die Form

$$A = B \cdot C.$$

Sie können nicht nur nach A sondern auch nach B oder C aufgelöst werden. Dann gilt

$$B = A / C \text{ bzw. } C = A / B.$$

Der Sinn dieses Programms besteht darin, diese drei Auflösungen der Gleichung auf einer gemeinsamen Oberfläche zu realisieren. Das konnte schon bereits auf den mit Magnetkarten programmierbaren Rechnern von Hewlett-Packard bzw. Texas Instruments über die Wahltasten [A] bis [E] erfolgen. Das Prinzip ist aber nach meiner Kenntnis nicht auf den PC übernommen worden. Daher ist dieses Programm wahrscheinlich die erste entsprechende Realisierung. Das Programm ist dabei so entwickelt, dass es auf einem USB-Stick mitgenommen und dann auf jeden Windows-Rechner ohne Installation gestartet werden kann. So sind die in ihm programmierten, über dreißig Formeln unmittelbar und in allen drei Varianten unmittelbar verfügbar. Weitere Formeln werden bei der Weiterentwicklung einbezogen.

Grundaufbau

Beim Start des Programms erscheint der Bildschirm gemäß **Bild 1**. Es ist automatisch das Ohmsche Gesetz gemäß $U = I \cdot R$ angewählt. Für jede Variable sind drei untereinander angeordnete Felder – nämlich *Umschalt*-, *Daten*- und *Einheiten*-Felder – vorhanden.

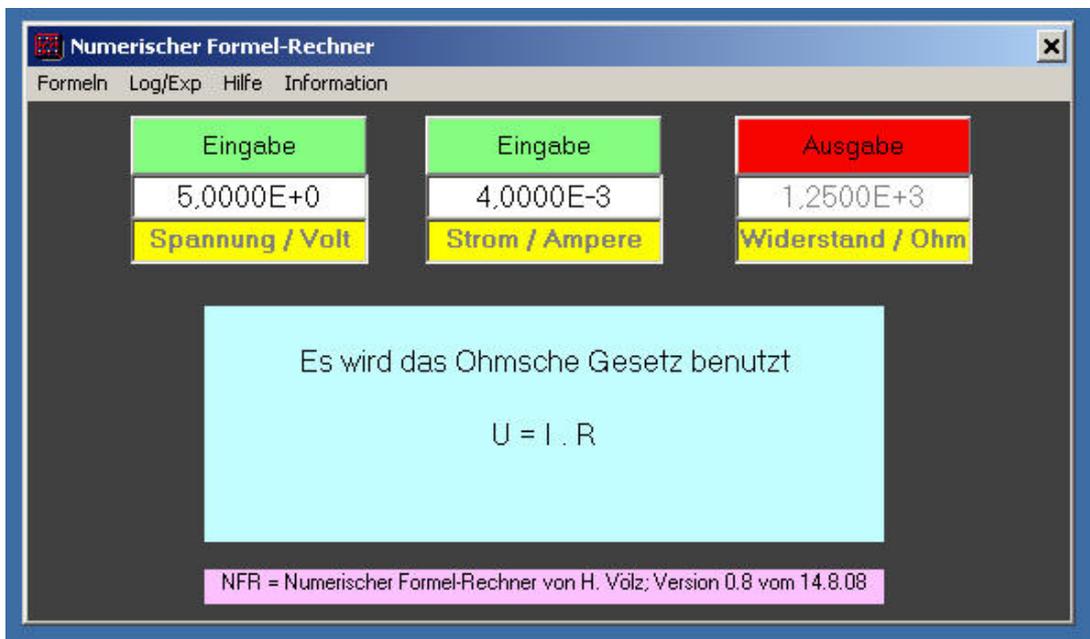


Bild 1. Eingangsbildschirm des Numerischen Formel-Rechners (NFR) mit gültigen Eingaben für eine Spannung von 5 V und einem Strom von 4 mA, wozu ein Widerstand von 1,25 k Ω gehört. Sie besitzen vielleicht eine neuere Version als 0.8. Dann sind einige Veränderungen möglich.

Die oberen Umschaltfelder sind grün für >Eingabe< oder rot für >Ausgabe< eingefärbt. Die zu berechnenden Variable betrifft das rote Feld. In Bild 1 sind die *Umschaltfelder* für U und I grün gekennzeichnet hier können Eingaben erfolgen. Das Ausgabefeld für R ist dagegen rot. Daher

ist in diesem Beispiel die Variante $R = U / I$ gewählt. Wird ein grünes Feld – z.B. in Bild 1 für den Strom angeklickt, so wandelt sich seine Farbe in rot mit der Anzeige >Ausgabe< und dann wird diese Größe berechnet. Das ehemals rote Feld für Strom wird dabei grün mit >Eingabe< (**Bild 2**). Jetzt ist die Formel $I = U / R$ eingeschaltet.



Bild 2. Durch Anklicken des grünen Feldes >Eingabe< für Strom in Bild 1 wechselt es zu rot und wird dadurch zum >Ausgabe< mit $I = U / R$. Zu einer Spannung von 5 V und einem Widerstand von 1,5 MΩ gehört ein Strom von 3,3333 µA.

Unter den Umschaltfeldern befinden sich die weißen *Datenfelder*. Hier können bei der Eingabe Zahlenwerte eingegeben. Sie werden dann gültig, wenn die Eingabe mit >Enter< abgeschlossen wird. Dann wird immer die wissenschaftliche Schreibweise mit 5-stelliger Mantisse und dem Exponenten nach „E“ angezeigt. Bei ungültigen Eingaben, z.B. Buchstaben wird meist ein 1,0000E+1, also 1 erzeugt, bei der an sich unzulässigen Eingabe >20b7< wird dagegen z.B. >2.0000E+1< also 20 erzeugt. Auf diese Weise ist der Rechner gegen fehlerhafte Eingaben geschützt. Außerdem wird durch die Umwandlung angezeigt, dass die Eingabe akzeptiert wurde und die Rechnung erfolgt ist. Bei einigen Formeln sind allerdings Konstanten, wie die Lichtgeschwindigkeit c oder die Gravitationskonstante g möglich. Darauf wird dann im hellblauen Mittelfeld besonders hingewiesen.

Ganz unten befinden sich schließlich die gelb unterlegten *Einheitenfelder*. Sie geben die Bedeutung der Eingabe – hier Spannung, Strom oder Widerstand – und die zu benutzende Einheit – hier Volt, Ampere oder Ohm – an.

In der Mitte des Bildschirms befindet sich auf hellblauen Hintergrund ein knapper Hinweis über den berechenbaren Formelzusammenhang mit einigen Ergänzungen. Ferner sind im oberen grauen Menübereich vier Betriebsweisen möglich. Bei >Formeln< bzw. >Log/Exp< sind mehrere Formeln auswählbar, siehe **Bild 3** bzw. **Bild 4**.

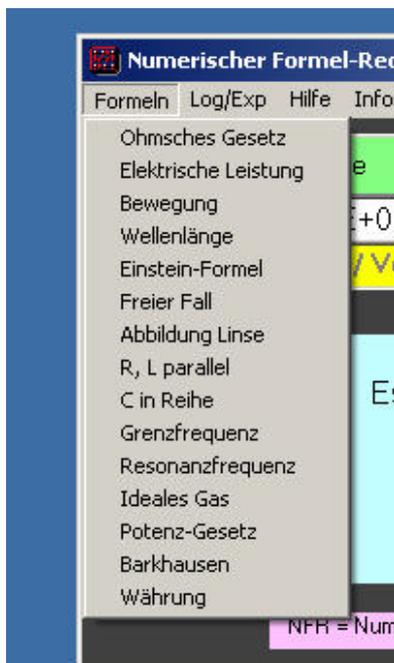


Bild 3 (links). Bei der Anwahl von >Formeln< sind die hier angegebenen Gleichungen auswählbar.

Bild 4 (rechts). Bei der Anwahl von >Log/Exp< sind die hier aufgezeigten Formeln auswählbar.



Bei der Auswahl >Hilfe< bzw. >Information< überlagern sich die Bildschirme von **Bild 5** bzw. **Bild 6**. Sie werden durch erneutes anklicken wieder abgeschaltet. So bleiben die zuvor benutzten Formeln und Rechenwerte erhalten.

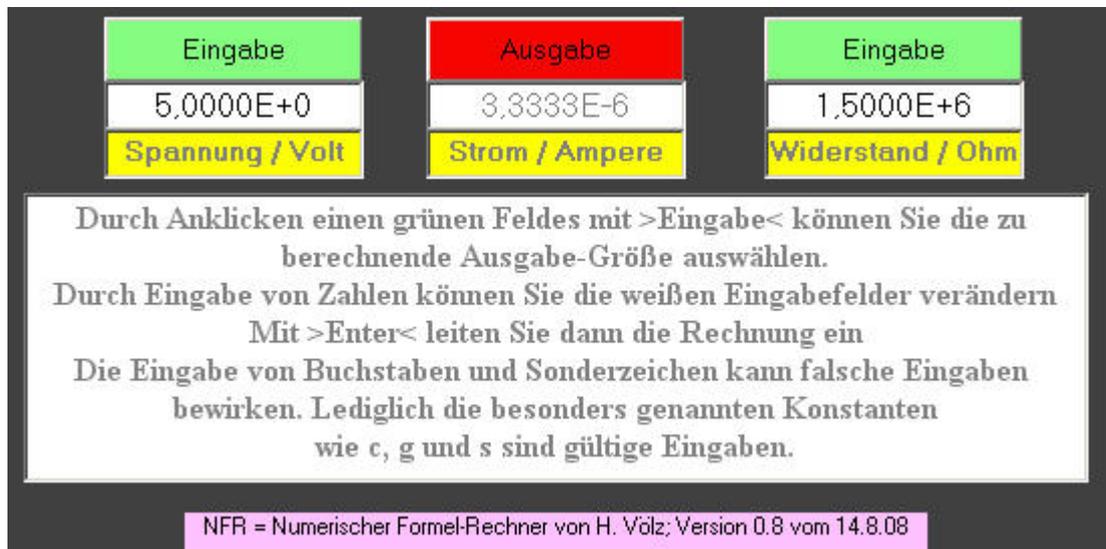


Bild 5. Weißes Überlagerungsfeld zur Anzeige der wichtigsten Hilfen.

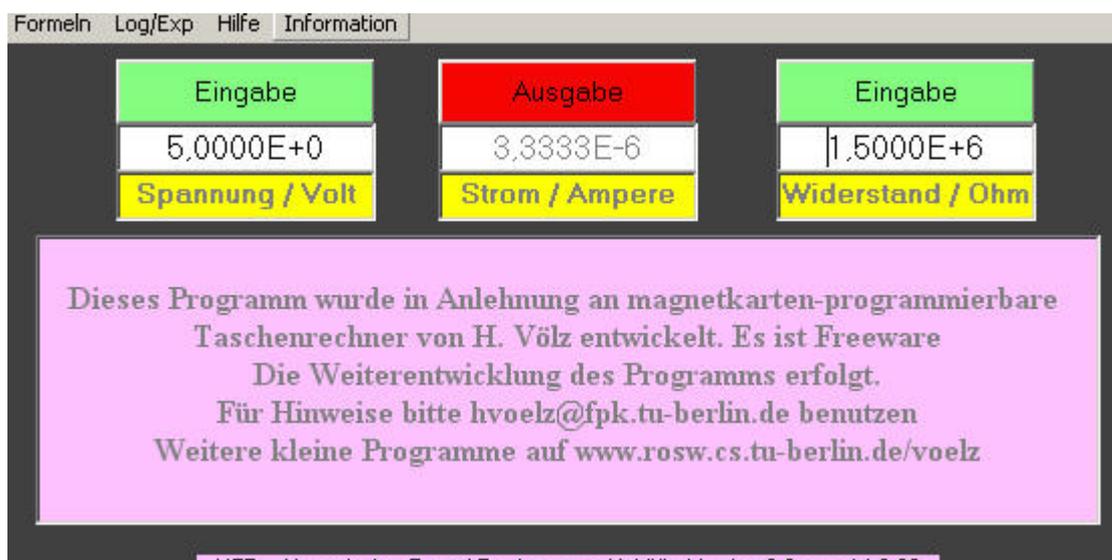


Bild 6. Lilafarbenes Überlagerungsfeld zur Anzeige einiger Informationen.

Kurze Beschreibung der Möglichkeiten unter >Formeln<

Im Folgenden wird immer nur die Grundformel, z.B. $U = I \cdot R$ angegeben. Sie steht in vereinfachter Schreibweise mit einigen Ergänzungen dann auch im hellblauen Mittelfeld. Die anderen Auflösungen der Formel sind aber dennoch implementiert und können durch Anklicken des entsprechenden Umschaltfeldes ausgewählt werden.

Beim *Ohmsches Gesetz* wird die Formel $U = I \cdot R$ mit der Spannung in Volt, dem Strom in Ampere und dem Widerstand in Ohm benutzt.

Bei der *Elektrische Leistung* gilt $N = I \cdot U$ mit Leistung in Watt, Strom in Ampere und Spannung in Volt.

Die **Bewegung** nutzt die Formel $x = t \cdot v$ bezüglich des Weges x in Meter, der Zeit t in Sekunden und der Geschwindigkeit v in m/s

Wellenlänge berechnet den Zusammenhang $v = \lambda \cdot f$ mit Wellenlänge λ in Meter, Frequenz f in Hz und Geschwindigkeit v in m/s. Für die **Lichtgeschwindigkeit** kann c statt 299790000 m/s und für die **Schallgeschwindigkeit** in Luft s statt 331 m/s eingegeben werden.

Bei der **Einstein-Formel** gilt $E = m \cdot c^2$. Hierin ist E die Energie in J, m die Masse in g und c die **Lichtgeschwindigkeit** mit 299790000 m/s. Mit diesem Programm ist aber auch die **kinetische Energie** berechenbar, dann gilt $E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$. Dies erfolgt automatisch wenn nicht „c“ eingegeben wird.

Beim **freien Fall** besteht der Zusammenhang $x = \frac{1}{2} \cdot b \cdot t^2$ und berechnet den Weg x in Meter aus der Zeit t in Sekunden und der Beschleunigung b in m/s^2 . Für die Beschleunigung kann auch die **Erdbeschleunigung** g mit 9.80665 m/s^2 eingesetzt werden. Vgl. hierzu **Bild 7**.

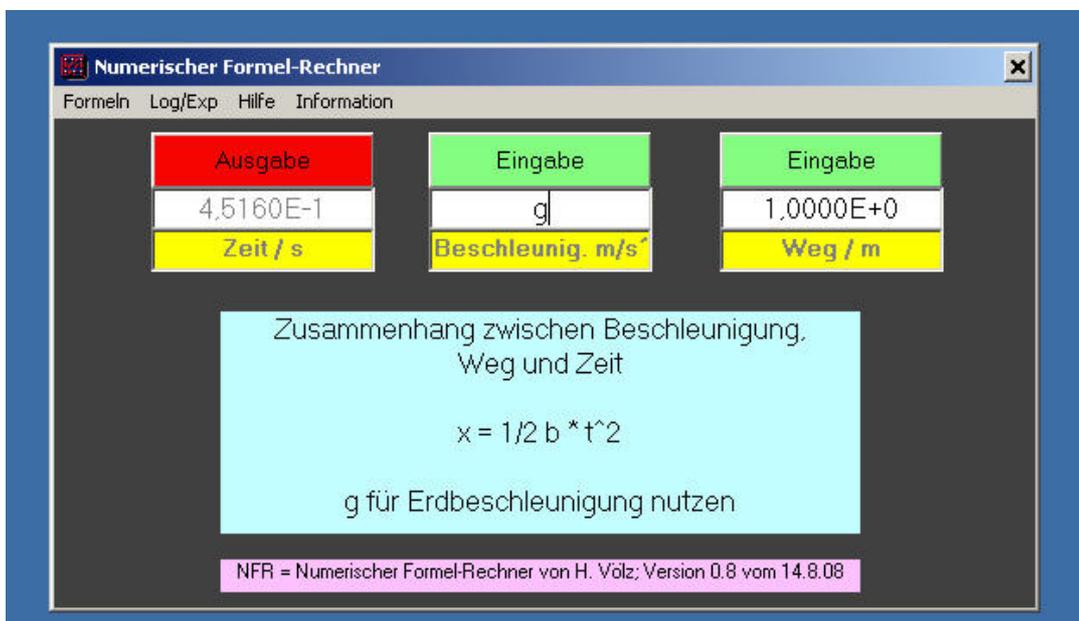


Bild 7. Es wird das Programm >freier Fall< bei Eingabe der Erdbeschleunigung g angezeigt.

Bei **Abbildung mittels Linse** gilt die Beziehung $\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{g}$. Darin bedeuten f die Brennweite, a den Abstand der Abbildung (Film oder CCD-Sensor) und g der Abstand des Gegenstandes. Alle Werte müssen mit der gleichen Maßeinheit eingegeben werden, also z.B. Meter. Es ist aber cm oder mm möglich. Es sind keine negativen Werte nutzbar!

Bei **R und L Parallelschaltungen** gilt für den Gesamtwiderstand $\frac{1}{R_G} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ bzw. für die Gesamtinduktivität $\frac{1}{L_G} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$. Hier müssen alle Widerstände R bzw. Induktivitäten L mit der gleichen Einheit verwendet werden, als z.B. Ω oder Henry. Es sind aber auch $\text{k}\Omega$, $\text{M}\Omega$ bzw. mH , μH usw. möglich. Negative Widerstände oder Induktivitäten besitzen nur einen theoretischen Wert oder müssen durch aktive Schaltungen erzeugt werden.

Bei **C in Reihenschaltung** gilt $\frac{1}{C_G} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$. Hier besitzen alle C die gleiche Einheit z.B. F bzw. μF , pF usw. Negative Kapazitäten besitzen nur einen theoretischen Wert oder müssen durch aktive Schaltungen erzeugt werden.

Für die **Grenzfrequenz** von RC-Gliedern gilt $1/f = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot C$. Darin ist f die Grenzfrequenz in Hz, C die Kapazität in F und R der Widerstand in Ω . Negative Werte sind praktisch nicht möglich bzw. sinnvoll.

Die **Resonanzfrequenz** wird für die Zusammenschaltung (in Reihe oder parallel) aus der Induktivität L in Henry und C in Farad gemäß der Frequenz $f = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$ in Hz berechnet.

Für ein **Ideales Gas** besteht die Beziehung $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$. Darin bedeuten p den Druck in Pascal, V das Volumen in m^3 und n die Anzahl der Mol des Gases. Die Temperatur T in der Formel gilt absolut in Kelvin. Eingegeben in das Programm werde Celsius-Grade. Die Umrechnung nimmt das Programm selbst vor $T/\text{K} + 273,15$ entspricht $T/^\circ\text{C}$. Auch die Rydberg-Konstante R mit $8.31451 \text{ J}/(\text{Kelvin} \cdot \text{mol})$ ist im Programm fest implementiert. Die Molzahl n kann nicht berechnet werden, sondern kann nur als vierte Größe eingegeben werden. Vgl. hierzu unten das ähnliche Bild 8, wo für n wegen der anderen benutzten Formel jedoch >Anfangswert< steht.

Für das **Potenz-Gesetz** gilt zwischen drei beliebigen Variablen A , B und C allgemein $A = B^C$. Als Basis kann u.a. „e“ für 2,71... eingegeben werden. Dann gilt $A = \exp(C)$. Umgekehrt gilt auch $C = \ln(A)$. Wird für B der Wert 2 benutzt, so gilt $A = 2^C$ bzw. $C = \text{ld}(A)$. Mit $B = 10$ wird der dezimale Logarithmus gemäß $C = \log(A)$ bzw. $A = 10^C$ erreicht.

Die für Vakuumröhren gültige **Barkhausen-Beziehung** lautet $S \cdot D \cdot R_i = 1$. Darin bedeuten S die Steilheit in A/V : D den Durchgriff (absolut und nicht in %) und R_i den Innenwiderstand in Ω .

Die **Währungsumrechnung** erfolgt mit dem aktuell gültigen Kursfaktor x , z.B. gemäß $\text{€} = x \cdot \text{\$}$.

Kurze Beschreibung der Möglichkeiten unter >Log/Exp<

Bei **Anzahl/Zeit** wird die Gleichung $A = A_0 \cdot e^{-t/t_0}$. Dabei wird die exponentielle Abnahme der Anzahl A bzgl. der Zeit t berechnet. Der Anfangswert A_0 ist als vierte Größe nur eingebbar. Die Zeit t_0 dient der Normierung. t und t_0 müssen in der gleichen Zeiteinheit, z.B. Sekunden benutzt werden.

Bei der Variante **Anzahl/Halbwertszeit**. Wird als Bezugszeit die Halbwertszeit t_h statt der Bezugszeit t_0 der vorigen Variante benutzt. Daher gilt hier $A = A_0 \cdot 1,35 \cdot e^{-t/t_h}$. Der Faktor 1,35 ist fest implementiert. Ansonsten gelten die gleichen Bedingen, wie beim voranstehenden Programm. Es gilt hier **Bild 8**.

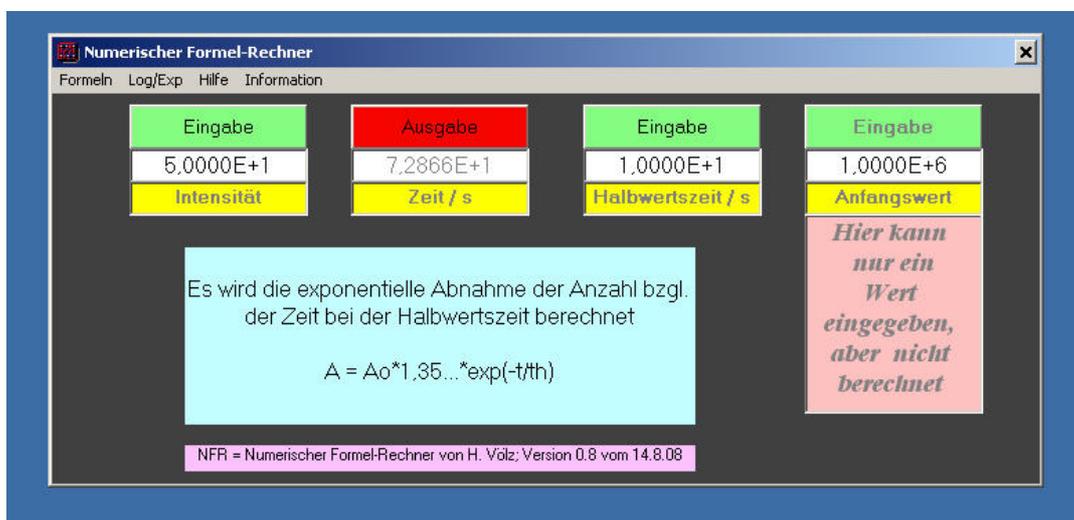


Bild 8. Zusammenhang zwischen Halbwertszeit t_h und der Anzahl A Atome bei einem Anfangswert von A_0 nach der Zeit t .

Die Routine **Anzahl/reziproke Zeit** nutzt die Routine $A = A_0 \cdot e^{-t \cdot k}$. Gegenüber den voranstehenden Varianten wird hier als Bezugswert eine Konstante k mit der Einheit einer reziproken Zeit, z.B. 1/s benutzt.

Bei der **Absorption von der Tiefe** gilt die Formel $I = I_0 \cdot e^{-d/d_0}$. Darin ist I die Intensität einer Strahlung oder Energie, die auf die Einstrahlungsenergie I_0 bezogen ist. Ebenso wird die Absorption in der Dicke d (Tiefe) auf eine Bezugsdicke d_0 bezogen. Beide müssen in der gleichen Einheit, z.B. m, mm oder μm gemessen werden. Der Bezugswert I_0 kann nur eingegeben aber nicht berechnet werden.

Bei der **Absorption/Halbwertsdicke** wird der exponentielle Abfall auf eine Halbwertsdicke d_h bezogen. Daher gilt $I = I_0 \cdot 1,35 \cdot e^{-d/d_h}$. Schichtdicke d und Halbwertsdicke müssen in der gleichen Einheit z.B. m, mm oder μm gemessen werden. Der Bezugswert I_0 kann nur eingegeben aber nicht berechnet werden.

Bei der **Absorption/reziproke Dicke** wird die Formel $I = I_0 \cdot e^{-d \cdot k}$ benutzt. Der Bezugswert k hat die Einheit einer reziproken Länge, z.B. 1/m und wird meist Schrödinger-Koeffizient genannt.

Bei **Arrhenius bzgl. Zeit** gilt die Formel $t = t_0 \cdot e^{-E_a/(k \cdot T)}$. Darin ist die Zeit t für eine Reaktion bzw. die Stabilität, Lebensdauer eines Zustandes. Für t_0 gibt es typischen Werte z.B. für Elektronen 10^{-15} s bzw. für Gitter 10^{-5} s. beide Werte müssen in der gleichen Zeiteinheit, z.B. s, ms oder μs eingegeben werden. E_a ist die Anregungsenergie in J, T die absolute Temperatur. Eingegeben wird sie jedoch in $^{\circ}\text{C}$. Die Umrechnung erfolgt automatisch. k ist die Boltzmannkonstante mit $1,380658 \cdot 10^{-23}$ J/K. Sie ist fest implementiert.

Bei **Arrhenius bzgl. mol** wird gegenüber der vorstehenden Berechnung alles auf ein Mol bezogen. Dies ist vor allem in der Chemie üblich. Es gilt dann $\kappa = A \cdot e^{-E_a/(R \cdot T)}$. Darin ist κ Reaktionsgeschwindigkeit (Arrhenius-Parameter) in 1/s und R die fest im Programm implementierte Rydberg-Konstante mit 8.31451 J/(Kelvin·mol). E_a ist die Anregungsenergie in J, T die absolute Temperatur. Eingegeben wird sie jedoch in $^{\circ}\text{C}$. Die Umrechnung erfolgt automatisch. Dies ist im Programm fest implementiert

Der **Kopfabstand** betrifft eine Formel der Speichertechnik $I/I_0 = e^{-2 \cdot \pi \cdot a / \lambda}$. Der Abstand a ist die Entfernung des Wiedergabekopfes gegenüber der Magnetschicht, λ die aufgezeichnete Wellenlänge. Beide müssen in der gleichen Längeneinheit, z.B. m, mm oder μm eingegeben werden. I und I_0 betrifft das durch den Abstand bedingte Dämpfungsverhältnis. Für I_0 kann nur ein Wert eingegeben werden.

Zeit_RC betrifft gemäß $D = e^{-t/R \cdot C}$ den relativen Spannungsverlust D (Pegel) eines aufgeladenen Kondensator C in Farad durch den parallel geschalteten Widerstand R in Ω als Funktion der Zeit t in Sekunden.

Die **Kanalkapazität** gemäß $C_K = B \cdot \text{ld}(1 + P_N/P_S)$ betrifft die Shannonsche Informationstheorie und wird in Bit/s gemessen. B ist die Bandbreite des Kanals in Hz, P_N und P_S die Nutz- bzw. Störleistung des Kanals. Bei werden z.B. gleichzeitig in W, mW, kW usw. gemessen. ld ist den binäre Logarithmus.

Die Routine **dB Pegel** bestimmt aus dem Spannungs- oder Stromverhältnis p/p_1 den dazugehörenden dB-Wert gemäß $\text{dB} = 20 \cdot \log(p/p_1)$. Werden als Bezugswerte für die Spannung $>u<$ bzw. für den Strom $>i<$ eingegeben, so ergeben sich die absoluten Pegelwerte. Im Programm sind dafür 775 mV bzw. 1,292 mA implementiert (1 mW an 600 Ω). Ferner gilt das Programm für **Lautstärke-Angaben in phon**. Dazu ist mit der Eingabe $>p<$ automatisch der Bezugsschalldruck von $2 \cdot 10^5$ N/m² (für 1 kHz) und für p der gemessene Schalldruck in N/m² zu wählen.

Die Werte bei **dB Leistung** sind auf die Leistung bezogen $dB_N = 10 \cdot \log(N/N_1)$. Dann sind N und N_1 mit der gleichen Leistungseinheit, z.B. W, mW usw. einzugeben. Für absolute dB_N beträgt die Bezugsleistung 1 mW. Das Programm gilt auch für **Lautstärke-Angaben in phon**. Dann ist der für den Bezugsleistung $\langle P \rangle$ einzugeben. Automatisch wird dann für 0 phon der Wert 10^{-12} W/m^2 (gemäß 1 kHz) eingesetzt.

Np Leistung betrifft das insbesondere bei Leitungen benutzte Dämpfungsmaß N_p (Neper) gemäß der Formel $N_p = \ln(N/N_1)$. Darin bedeuten N und N_1 Leitungen, die mit der gleichen Maßeinheit, z.B. W, mW usw. einzugeben. Für das absolute N_{p_a} ist der Bezugswert 1 mW.