

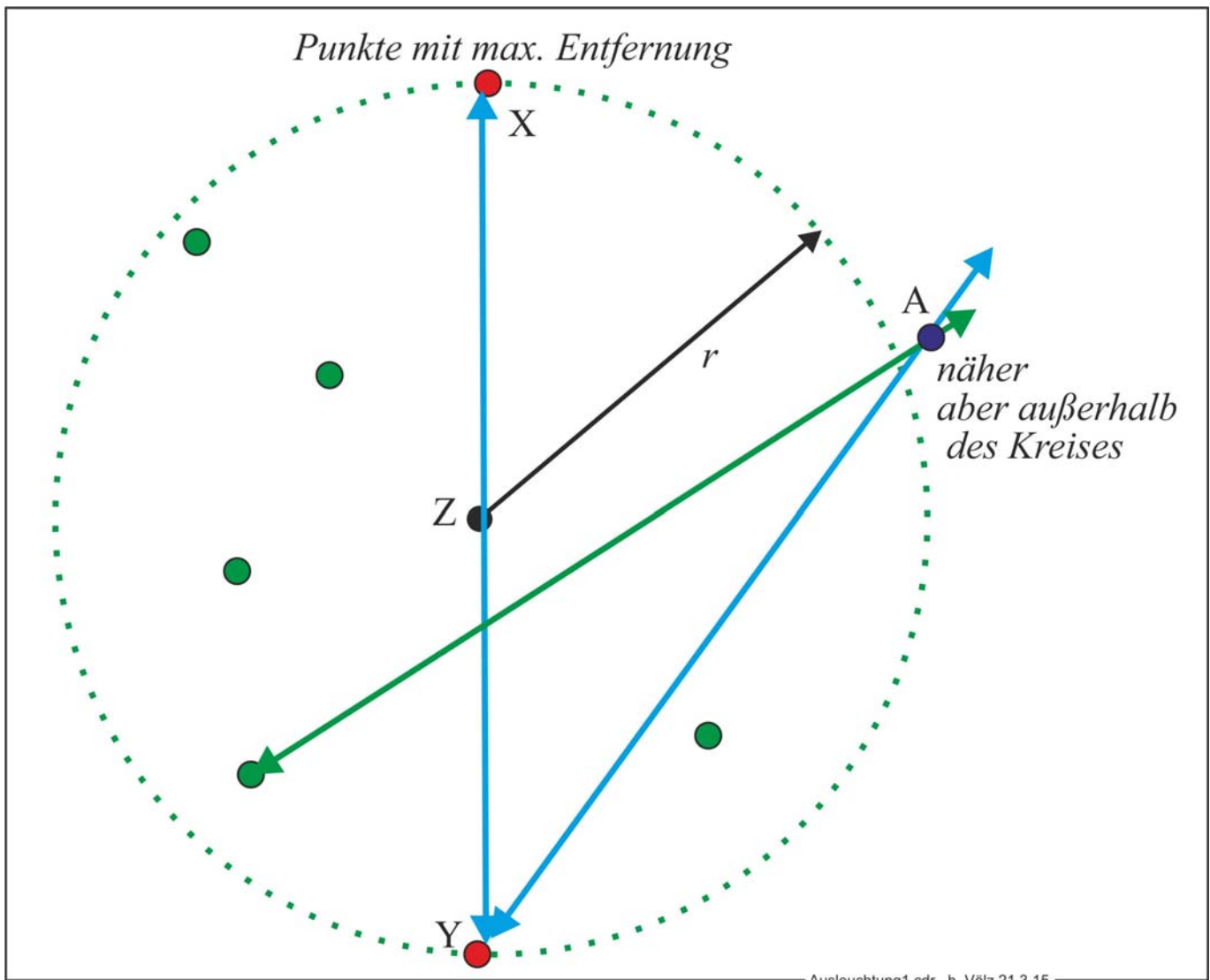
H. Völz
Problem Ausleuchtung

Problemstellung: Es gibt n Orte. Sie sollen von einem Punkt x so beleuchtet werden, dass auch der am ungünstigsten gelegene Ort mit der minimal erforderlichen Energie erreicht wird und dabei am zu bestimmenden Senderort möglichst wenig Energie aufgewendet wird. Das Problem ist zunächst 2D gilt aber auch in 3D

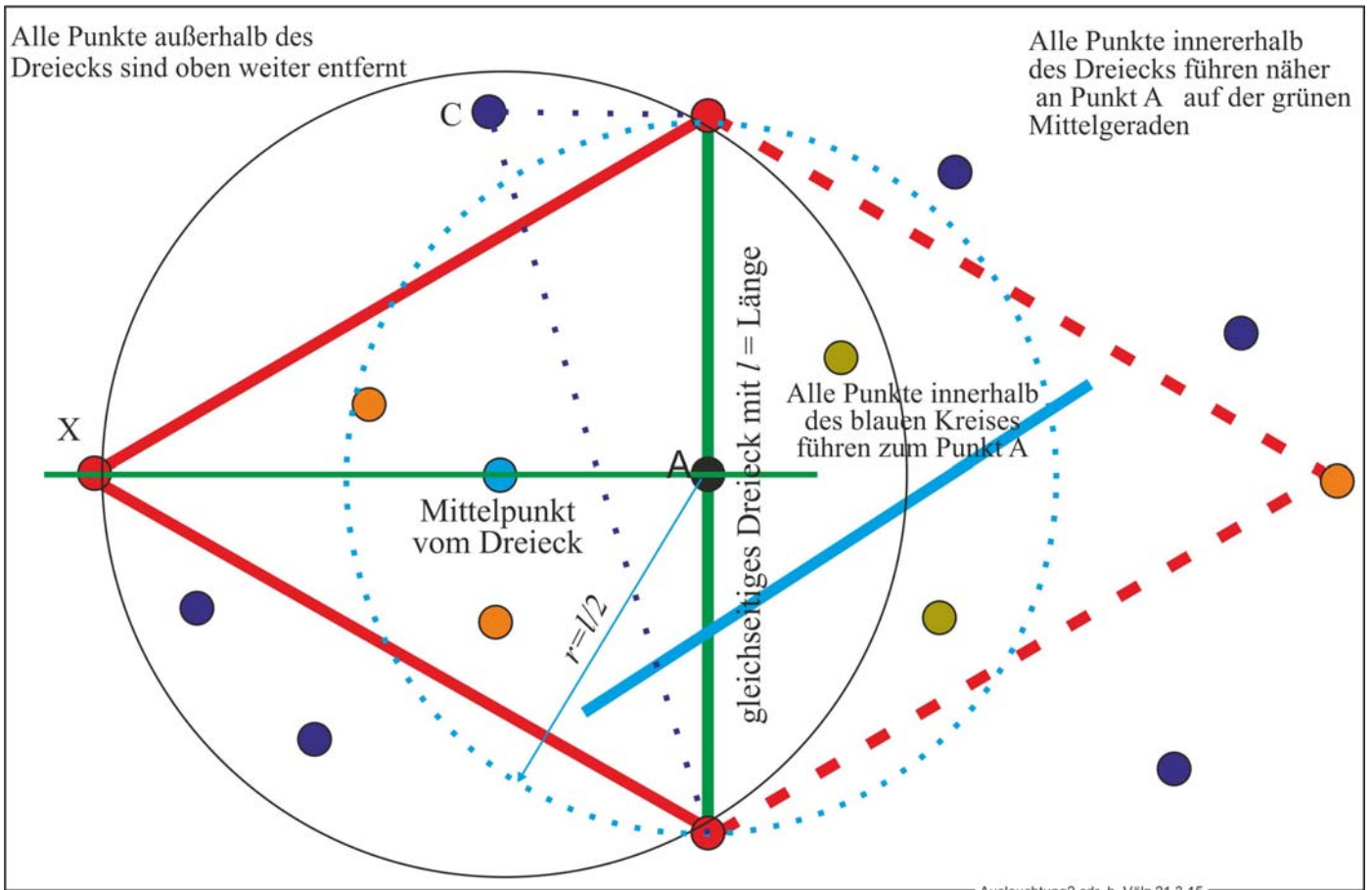
Reziprokes Problem

die n Orte enthalten Sender gleicher (aber kleiner) Leistung. Wo liegt der bestmögliche Empfangsort für alle Sender

Erste Ansätze zur möglichen Lösung:



Zwischen n Orten gibt es $(n-1)!$ Entfernungen. Davon seien X und Y die Orte mit der größten Entfernung. In der Mitte auf ihrer Verbindung existiert der Ort Z für einen möglichen Sender. Um ihn kann ein Kreis mit dem Radius $r = L\{X, Z\}$ gezogen werden. Für alle Punkte innerhalb des Kreises ist dann automatisch die Bedingung erfüllt. Punkte außerhalb können jedoch auch die Bedingung erfüllen, z. B. A. Wie ist für sie der Sendeort zu verlagern? Ich fand keine allgemeine Lösung.



Sonderfall $n = 3$ Orte

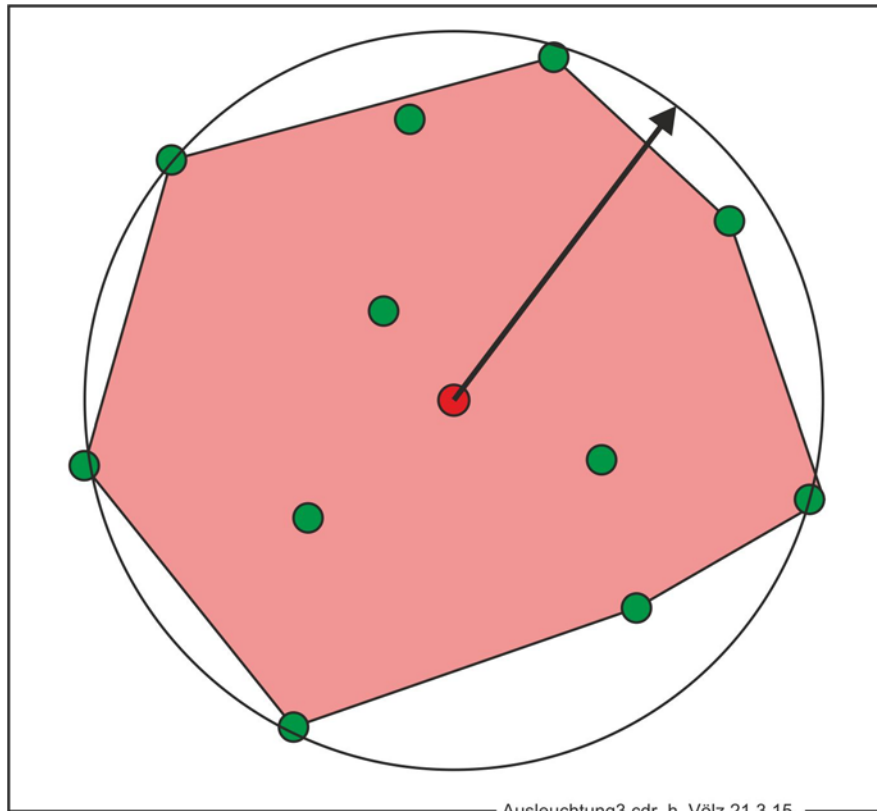
Vereinfachend sei angenommen, dass es drei Orte gibt, die gleichweit, nämlich l weit, voneinander entfernt sind. Dann ergibt sich dazu ein gleichseitiges Dreieck. Alle drei Punkte sind dann gleichweit von dessen Mittelpunkt als optimaler Senderort entfernt. Alle Punkte innerhalb des Dreiecks erfüllen dann auch zusätzlich die Bedingung.

Doch zur Lösung kann auch das gespiegelte (gestrichelte) Dreieck gehören!

Wie sich der Senderort aber für Punkte außerhalb des Dreiecks verlagert, ist schwierig zu bestimmen. Ein Punkt C anstatt von X bietet eventuell Lösungen für den Punkt A. Aber allgemein ist auch hier das Problem komplex.

Abgewandelter Lösungsansatz

Die n Punkte lassen sich durch ein m -Eck mit $m \leq n$ erfassen. Sie liegen dann entweder auf dem Rand oder im Innern. Dann genügt es, einen Kreis zu finden, der das m -Eck umfasst. Sein Mittelpunkt wäre der richtige Senderort. Er liegt zumindest in der Nähe des Schwerpunktes vom m -Eck.



Interessante Fragen

Gibt es eine allgemeine Lösung?

Wie komplex ist das Problem?

Ist es etwa NP oder sogar komplexer als Handlungsreisender?

Ein möglicher Algorithmus

1. Nummeriere die Punkte von 1 bis n .
2. Verbinde die Punkte 1-2-3-1 und entferne deren Nummerierung.
3. Entferne die Nummerierung aller Punkte innerhalb des Dreiecks.
4. Nummeriere alle übrig gebliebenen Punkte.
5. Suche die beiden nächsten Punkte zu 1, entferne deren Verbindung (Gerade) und verbinde sie zu 1 mit 2 Geraden und entferne Nummerierung von Punkt 1.
6. Entferne die Nummerierung aller Punkte innerhalb der neuen Fläche
7. Fahre bei 4 fort und zwar solange, wie noch externe Punkte existieren, andernfalls gehe zu 8.
8. Suche den kleinstmöglichen Umkreis zur erzeugten Fläche. Sein Mittelpunkt ist der optimale Sendeort.

Er ist zwar nur wenig komplex, aber kaum analytisch, geometrisch oder gar rein numerisch einfach auszuführen.